

# FORMULAIRE D'ELECTRONIQUE

## CIRCUITS INDUCTIFS EN ALTERNATIF

### DEPHASAGE DANS UN CIRCUIT RL SERIE

La somme quadratique des tensions  $V_R$  et  $V_L$  est égale à la tension appliquée  $U$  (fig. 1).

$$U = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

Les tensions  $U$ ,  $V_R$  et  $V_L$  sont exprimées par les mêmes unités (volts, millivolts...).

Le déphasage entre la tension  $U$  et le courant  $I$  (courant en retard sur la tension) est égal à :

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}$$

ou encore

$$\varphi = \arctg \frac{V_L}{V_R}$$

Connaissant le courant total et la valeur de  $X_L$  et  $R$ , la chute de tension aux bornes des composants est :

$$V_L = X_L I \text{ et } V_R = RI$$

Connaissant  $U$  et le déphasage  $\varphi$ , on peut utiliser les formules :

$$V_L = U \sin \varphi \text{ et } V_R = U \cos \varphi$$

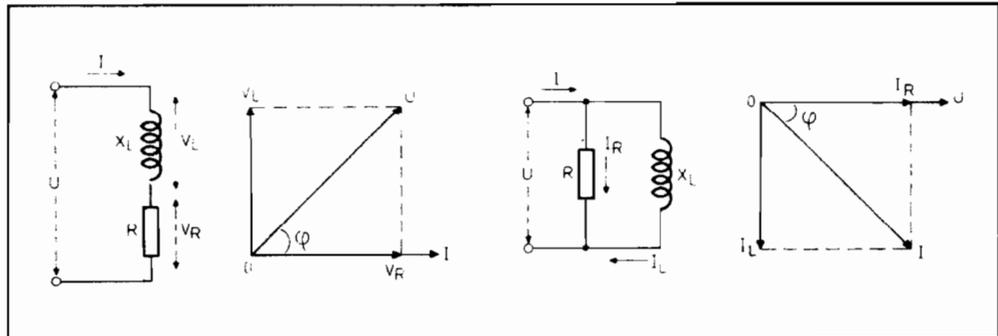
**Exemple :** Calculons la valeur des courants et tensions d'un circuit RL série. Si  $R = 1\,000 \, \Omega$  et  $X_L = 314 \, \Omega$  sont en série et l'ensemble mis aux bornes d'une tension alternative  $U$  de 60 V, l'impédance du circuit est égale à :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\text{soit } \sqrt{(1\,000)^2 + (314)^2} = 1\,048 \, \Omega$$

On en tire la valeur du courant  $I$  :

$$\frac{60}{1\,048} = 57,25 \times 10^{-3} \text{ A}$$



Le déphasage de  $I$  par rapport à  $U$  est :

$$\arctg \frac{314}{1\,000}$$

$$\text{soit } \varphi = 17,43^\circ$$

Connaissant  $U$  et  $\varphi$ , nous pouvons calculer  $V_L$  et  $V_R$ .

$$V_L = 60 \sin 17,43^\circ = 17,97 \text{ V}$$

$$V_R = 60 \cos 17,43^\circ = 57,25 \text{ V}$$

Connaissant  $I$ ,  $X_L$  et  $R$ , nous pouvons également calculer  $V_L$  et  $V_R$ .

$$V_L = X_L I = 314 \times 57,25 \times 10^{-3} = 17,97 \text{ V}$$

$$V_R = RI = 1\,000 \times 57,25 \times 10^{-3} = 57,25 \text{ V}$$

En faisant la somme quadratique de  $V_L$  et  $V_R$  on retrouve bien la valeur de  $U$  :

$$\sqrt{(57,25)^2 + (17,97)^2} = 60 \text{ V}$$

L'angle  $\varphi$  est également trouvé par les formules :

$$\varphi = \arctg \frac{V_L}{V_R} = \arctg \frac{17,97}{57,25}$$

$$\text{soit } 17,43^\circ$$

### INDUCTANCE PURE EN PARALLELE AVEC UNE RESISTANCE

(fig. 2)

L'impédance est donnée par la formule :

$$Z = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

avec :

$Z$  = impédance du circuit (en ohms)

$R$  = résistance du circuit (en ohms)

$X_L$  = réactance inductive

=  $L\omega$  (en ohms).

Le déphasage du courant par rapport à la tension appliquée est donnée par la formule :

$$\text{tg } \varphi = \frac{R}{X_L} \text{ ou } \varphi = \arctg \frac{R}{X_L}$$

Les courants sont :

- dans l'inductance :

$$I_L = \frac{U}{X_L} \text{ ou } I_L = I \sin \varphi$$

- dans la résistance :

$$I_R = \frac{U}{R} \text{ ou } I_R = I \cos \varphi$$

La valeur du courant total est :

$$I_t = \frac{U}{Z} \text{ ou } I_t = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

Dans les circuits en parallèle, on raisonne souvent en admittance et non en résistance. La formule est alors :

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$$

ou

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{\sqrt{R^2 + X_L^2}}{RX_L}$$

avec :

$Y$  = admittance (en siemens) =  $1/Z$

$G$  = conductance (en siemens) =  $1/R$

$B_L$  = susceptance (en siemens)

=  $1/X_L$  ou  $1/L\omega$

De même :

$$\text{tg } \varphi = \frac{B_L}{G} \text{ ou } \varphi = \arctg \frac{B_L}{G}$$

$$I_L = U B_L$$

$$I_R = U G$$

$$I_t = U Y$$

**Exemples :**

1° Une inductance pure de 636  $\mu\text{H}$  est en parallèle sur une résistance de 100  $\Omega$ . Le tout est disposé aux

bornes d'une source alternative de 10 V et de fréquence 100 kHz. On désire connaître les courants et l'impédance du circuit.  
 Réactance inductive :  
 $X_L = 636 \times 10^{-6} \times 2 \times 3,14 \times 10^5 = 400 \Omega$   
 Déphasage :  
 $\varphi = \text{arc tg } 100/400 = 14^\circ$   
 Courant  $I_R = 10/100 = 0,1$  A ou 100 mA  
 Courant  $I_L = 10/400 = 0,025$  A

ou 25 mA  
 Courant total  $I_t = \sqrt{(0,1)^2 + (0,025)^2} = 103 \times 10^{-3}$  A ou 103 mA  
 Impédance Z du circuit :  
 $Z = \frac{100 \times 400}{\sqrt{100^2 + 400^2}} = 97 \Omega$   
 Cette impédance peut également être trouvée par la loi d'Ohm en alternatif :  
 $\frac{U}{I_t} = \frac{10}{103 \times 10^{-3}} = 97 \Omega$

Connaissant le courant total,  $I_R$  et  $I_L$  peuvent être trouvés par les formules :  
 $I_R = 103 \times \cos 14^\circ = 100$  mA  
 $I_L = 103 \times \sin 14^\circ = 25$  mA  
 2° Pour le même circuit, la valeur des composants est donnée sous la forme :  
 $G = 0,01$  siemens  
 $B_L = 2,5 \times 10^{-3}$  siemens

On désire connaître les courants et l'admittance du circuit.  
 L'admittance est :  
 $Y = \sqrt{(0,01)^2 + (2,5 \times 10^{-3})^2}$   
 soit  $10,309 \times 10^{-3}$  siemens.  
 Courant  $I_R = 10 \times 0,01 = 0,1$  A  
 Courant  $I_L = 10 \times 2,5 \times 10^{-3} = 25 \times 10^{-3}$  A  
 Courant  $I_t = 10 \times 10,309 \times 10^{-3} = 103 \times 10^{-3}$  A

### INDUCTANCE AVEC COMPOSANTE RESISTIVE EN PARALLELE AVEC UNE RESISTANCE

Le schéma est représenté sur la figure 3. Les différentes valeurs de courant sont obtenues par l'application de formules ou à l'aide du calcul vectoriel. On recherche le courant dans chaque branche.  
 L'impédance totale est trouvée par application de la loi d'Ohm en alternatif :

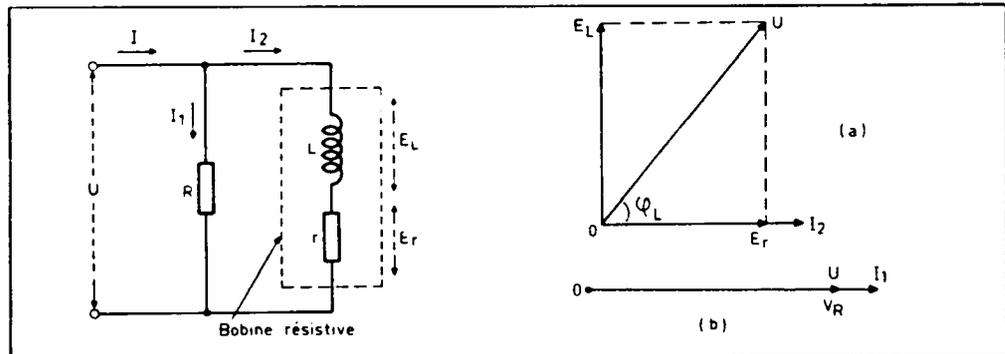
$$Z = \frac{U}{I}$$

avec :  
 U = tension appliquée aux bornes du circuit  
 I = courant total trouvé par la formule ci-dessus.  
 Il est toujours avantageux d'employer la méthode vectorielle, tout au moins pour le contrôle des calculs. On considère d'abord chaque branche séparément.

a) La branche inductive est un circuit  $R_L$  série.  
 - la tension  $E_r$  est en phase avec le courant  $I_2$  (fig. 4a)  
 - la tension  $E_L$  est en avance de  $\pi/2$  sur le courant  $I_2$   
 - la somme de  $E_r$  et de  $E_L$  est égale à la tension U  
 - l'angle  $\varphi_L$  représente le déphasage entre  $I_2$  et U.

b) La branche résistive seule ne comporte aucun déphasage.  
 - le courant  $I_1$  est en phase avec la tension appliquée U (fig. 4b).  
 On combine ensuite les deux diagrammes en prenant comme référence la tension U (axe horizontal) (fig. 5). En faisant la somme vectorielle des courants  $I_1$  et  $I_2$ , on obtient le courant total I.

La valeur de I est obtenue par la loi des cosinus et non par la règle de Pythagore puisqu'il ne s'agit pas de somme de vecteurs à angle droit.  
 $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2 I_1 I_2 \cos(180^\circ - \varphi_L)}$



avec :  
 $I_1$  = courant dans la résistance R (en ampères)  
 $I_2$  = courant dans la branche inductive (en ampères)  
 I = courant total (en ampères)  
 $\varphi_L$  = déphasage entre U et  $I_2$  (en degrés).  
 L'angle  $\varphi$  de déphasage entre la tension appliquée U et le courant total I est aussi obtenu par la loi des cosinus (voir encadré)

$$\varphi = \text{arc cos} \left( \frac{I^2 + I_1^2 - I_2^2}{2 I I_1} \right)$$

Exemple : Un circuit est composé d'une résistance de 75  $\Omega$  sur laquelle est connectée en parallèle une inductance de 0,159 mH dont la valeur ré-

sistive est de 20  $\Omega$ . Le tout se trouve aux bornes d'une source alternative de 15 V dont la fréquence est 50 kHz. On demande la valeur des différents courants  $I_1$ ,  $I_2$  et I ainsi que les angles de déphasage du courant total I et du courant  $I_2$  par rapport à U (fig. 4).

Calcul de  $X_L$  :  
 $L 2\pi f = 0,159 \times 10^{-3} \times 6,28 \times 5 \times 10^4 = 50 \Omega$   
 Impédance de la branche inductive :  
 $\sqrt{(20)^2 + (50)^2} = 53,9 \Omega$   
 Courant dans la branche inductive :  
 $I_2 = \frac{15}{53,9} = 0,278$  A  
 Déphasage de  $I_2$  par rapport à U :  
 $\varphi_L = \text{arc tg } 50/20 = 68,2^\circ$

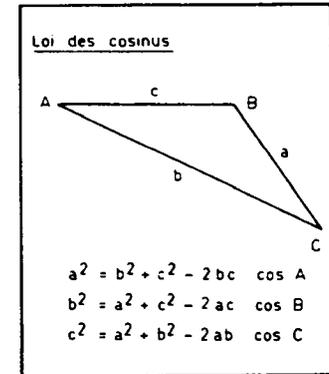
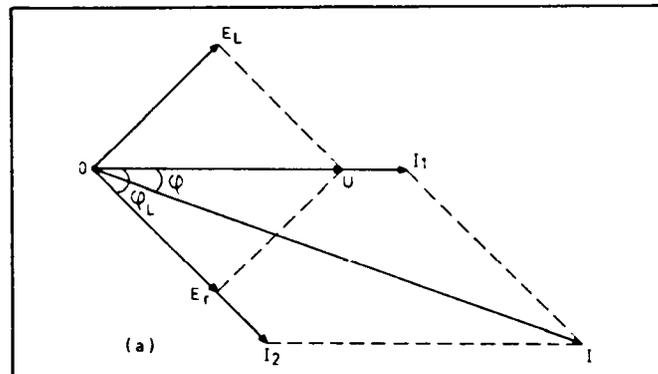
( $I_2$  en arrière par rapport à U).  
 Courant dans la résistance de 75  $\Omega$  :  
 $I_1 = \frac{15}{75} = 0,2$  A  
 Courant total :

$$I = \sqrt{(0,2)^2 + (0,278)^2} = 0,398 \text{ A}$$

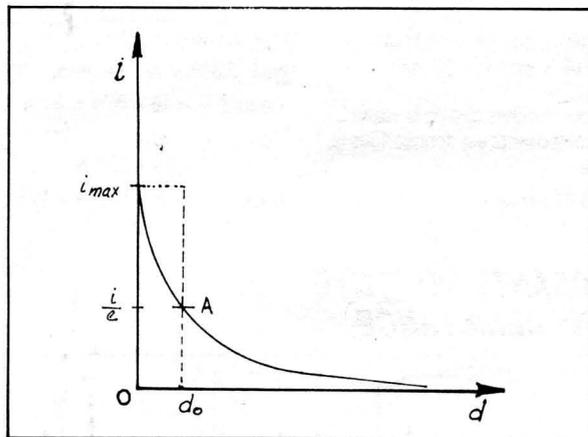
Impédance totale du circuit :  
 $Z = \frac{15}{0,398} = 37,7 \Omega$

Déphasage total (I par rapport à U) :  
 $\varphi = \text{arc cos} \frac{(0,398)^2 + (0,2)^2 - (0,278)^2}{2 \times 0,398 \times 0,2} = 40,4^\circ$

J.-B.P.



## RECTIFICATIF



Dans notre Formulaire d'électronique, *Haut-Parleur* n° 1730, page 38, nous faisons mention de l'effet pelliculaire qui affecte les conducteurs en haute fréquence. L'interprétation de ce phénomène, tel qu'il fut décrit et chiffré, peut prêter à confusion. En effet, le schéma de coupe du conducteur et la formule donnant la profondeur de la couche conductrice laisse entendre l'existence d'une discontinuité, alors que la conductivité, en fonction de la profondeur, est continue et à décroissance exponentielle. La notion de l'épaisseur  $d$  de la couche conductrice résulte de l'appréciation de la

surface de la couronne conductrice équivalente (dans la vue en coupe) selon la méthode suivante :

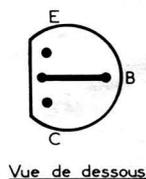
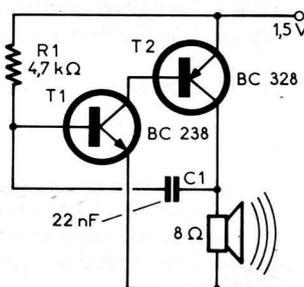
On représente, sur un graphe, la densité de courant  $i$  en fonction de la profondeur  $d$ . La surface limitée par les axes et cette courbe détermine une surface égale à celle d'un rectangle dont deux des angles adjacents ont leur position l'un à l'origine et l'autre au point de la courbe correspondant au maximum de densité (pour  $d = 0$ ). L'abscisse de l'intersection du point  $A$ , notée  $d_0$ , correspond à la valeur recherchée.

# SCHEMATHEQUE

suite de la page 107

## Oscillateur sonore, 2 transistors

Il s'agit là d'un montage extrêmement simple d'oscillateur, il travaille avec une tension de 1,5 V et envoie de courtes impulsions dans le haut-parleur de  $8 \Omega$ . Il peut être associé à un manipulateur morse pour s'exercer. Intérêt : minimum de composants – deux transistors, une résistance et un condensateur... Il peut être intégré à un montage électronique sans problème.



Vue de dessous

## Oscillateur commandé

Dans ce montage, nous avons un transistor installé en sortie d'un oscillateur à portes intégrées C-MOS. L'une des entrées de porte reste libre pour la commande de l'oscillateur.

La résistance de collecteur du transistor sera de 1 000  $\Omega$  environ et, pour profiter d'un signal sonore plus intense, on la remplacera par une self de 20 à 50 mH. Le HP piézo est un modèle à deux fils.

